Aneks do informatora maturalnego

od maja 2007 roku

MATEMATYKA

Warszawa 2006

Opracowano w Centralnej Komisji Egzaminacyjnej
we współpracy z okręgowymi komisjami egzaminacyjnymi

IV. STRUKTURA I FORMA EGZAMINU

Egzamin maturalny z matematyki jest egzaminem pisemnym sprawdzającym wiadomości i umiejętności określone w *Standardach wymagań egzaminacyjnych* i polega na rozwiązaniu zadań zawartych w arkuszach egzaminacyjnych.

Opis egzaminu z matematyki wybranej jako przedmiot obowiązkowy

Egzamin maturalny z matematyki wybranej jako przedmiot obowiązkowy może być zdawany na poziomie podstawowym albo rozszerzonym. Wyboru poziomu zdający dokonuje w deklaracji składanej do dyrektora szkoły.

1. Egzamin na **poziomie podstawowym** trwa 120 minut i polega na rozwiązaniu zadań egzaminacyjnych sprawdzających rozumienie pojęć i umiejętność ich zastosowania w życiu codziennym oraz zadań o charakterze problemowym. Zadania egzaminacyjne obejmują zakres wymagań dla poziomu podstawowego.
2. Egzamin na **poziomie rozszerzonym** trwa 180 minut i polega na rozwiązaniu zadań egzaminacyjnych wymagających rozwiązywania problemów matematycznych. Zadania egzaminacyjne obejmują zakres wymagań dla poziomu rozszerzonego z uwzględnieniem umiejętności wymaganych na poziomie podstawowym.

Opis egzaminu z matematyki wybranej jako przedmiot dodatkowy

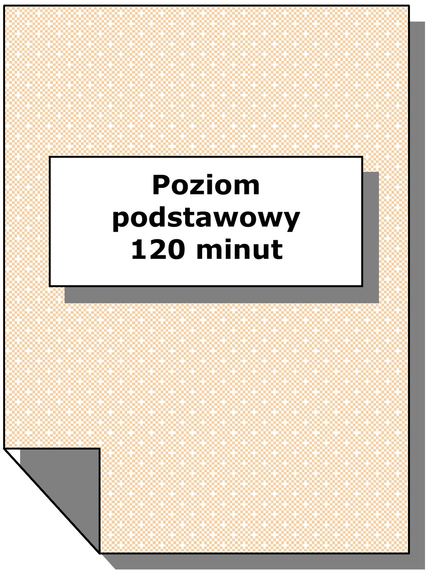
Egzamin maturalny z matematyki wybranej jako przedmiot dodatkowy jest zdawany tylko na poziomie rozszerzonym.

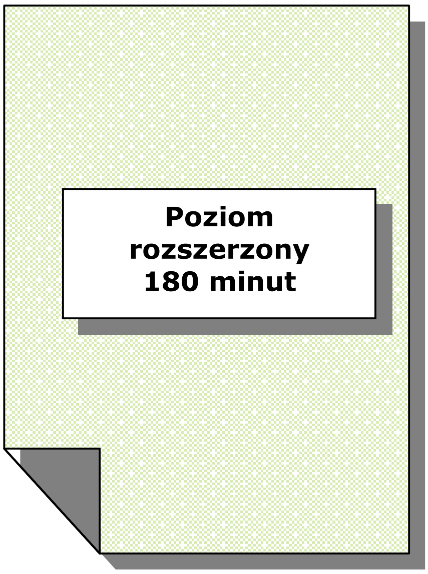
Egzamin trwa 180 minut i polega na rozwiązaniu zadań egzaminacyjnych wymagających rozwiązywania problemów matematycznych. Zadania egzaminacyjne obejmują zakres wymagań dla poziomu rozszerzonego z uwzględnieniem umiejętności wymaganych na poziomie podstawowym.

Zasady oceniania arkuszy egzaminacyjnych

1. Prace egzaminacyjne sprawdzają i oceniają egzaminatorzy powołani przez dyrektora okręgowej komisji egzaminacyjnej.
2. Rozwiązania poszczególnych zadań oceniane są na podstawie szczegółowych kryteriów oceniania, jednolitych w całym kraju.
3. Egzaminatorzy w szczególności zwracają uwagę na:
   - poprawność merytoryczną rozwiązań,
   - kompletność prezentacji rozwiązań zadań – wykonanie cząstkowych obliczeń i przedstawienie sposobu rozumowania.
4. Ocenianiu podlegają tylko te fragmenty pracy zdającego, które dotyczą polecenia. Komentarze, nawet poprawne, nie mające związku z poleceniem nie podlegają ocenianiu.
5. Gdy do jednego polecenia zdający podaje kilka rozwiązań (jedno prawidłowe, inne błędne), to egzaminator nie przyznaje punktów.
6. Za całkowicie poprawne rozwiązania zadań, uwzględniające inny tok rozumowania niż podany w schemacie punktowania, przyznaje się maksymalną liczbę punktów.
7. Zapisy w brudnopisie nie są oceniane.
8. Zdający egzamin maturalny z matematyki wybranej jako przedmiot obowiązkowy **zdał egzamin,** jeżeli otrzymał co najmniej 30% punktów możliwych do uzyskania na wybranym przez siebie poziomie.
9. Wynik egzaminu maturalnego z matematyki ustalony przez komisję okręgową jest ostateczny.

VI. PRZYKŁADOWE ARKUSZE I SCHEMATY OCENIANIA





Miejsce na naklejkę z kodem szkoły

dysleksja ☐

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy 120 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 13 stron (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki oraz kalkulatora.
8. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◉ i zaznacz właściwe.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

Wypełnia zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

Zadanie 1. (*3 pkt*)

Zważono 150 losowo wybranych kostek masła produkowanego przez pewien zakład mleczarski. Wyniki badań przedstawiono w tabeli.

Masa kostki masła (w dag)	16	18	19	20	21	22
Liczba kostek masła	1	15	24	68	26	16

Na podstawie danych przedstawionych w tabeli oblicz średnią arytmetyczną oraz odchylenie standardowe masy kostki masła.

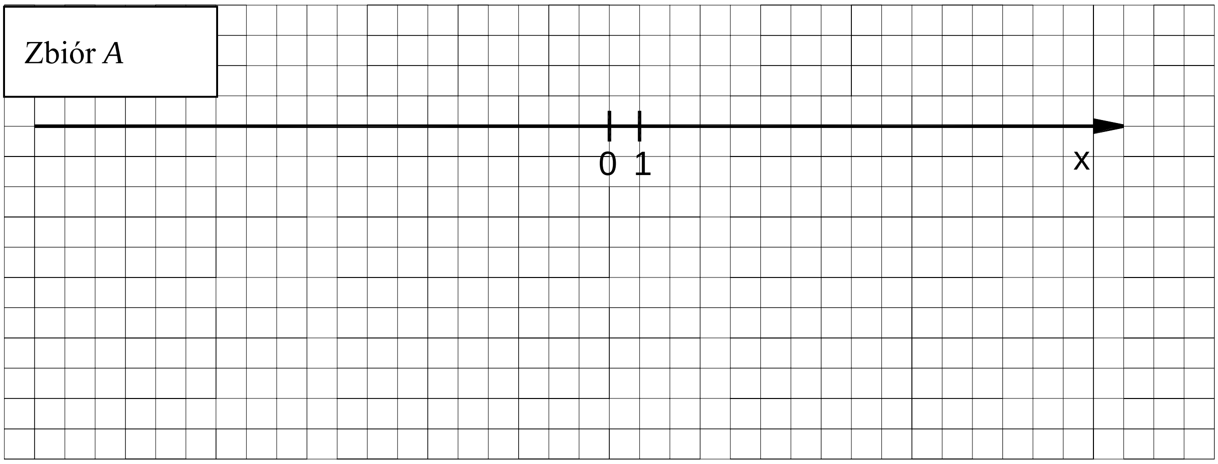
Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	1.1.	1.2.	1.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 2. (*3 pkt*)

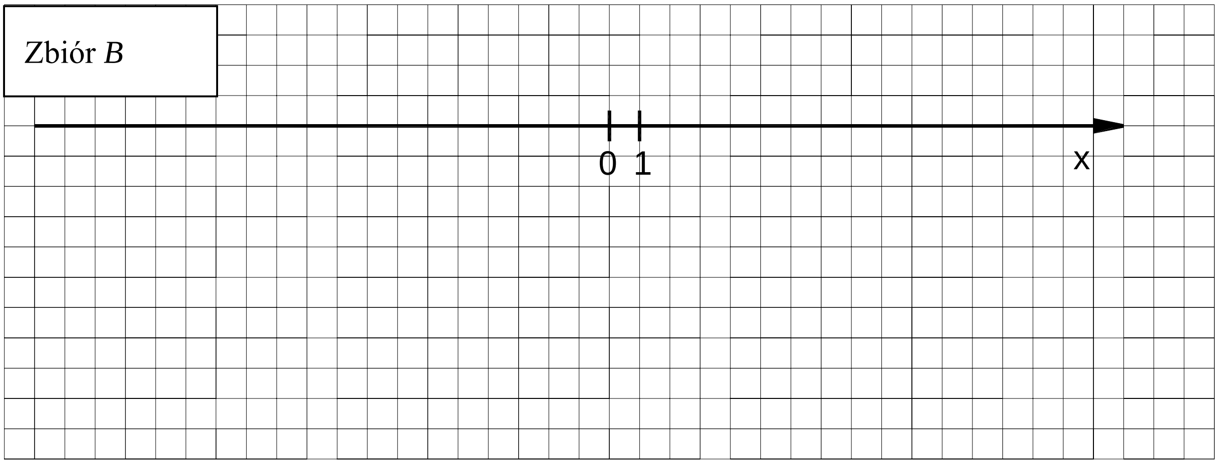
Dane są zbiory: $A=\{x\in R:\ |x-4|\geq 7\}$, $B=\{x\in R:\ x^2>0\}$, $C=(-\infty,-2)\cup\langle 8,+\infty)$ i $D=(-4,10)$. Zaznacz na osi liczbowej:

a) zbiór A,
b) zbiór B,
c) zbiór $D\setminus C$.

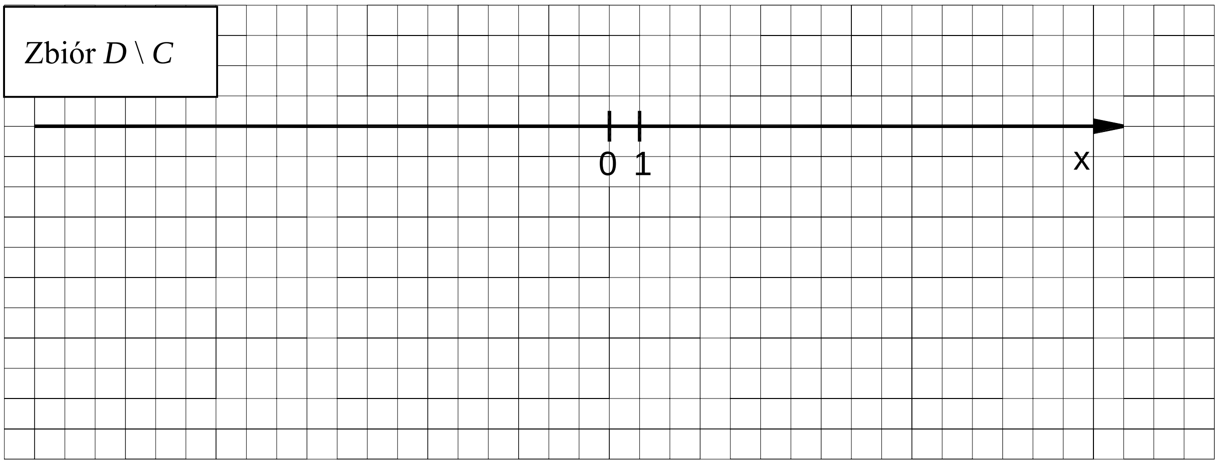
Zbiór *A*



Zbiór *B*



Zbiór $D\setminus C$



Wypełnia egzaminator!	**Nr czynności**	**2.1.**	**2.2.**	**2.3.**
	Maks. liczba pkt	**1**	**1**	**1**
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 3. (*3 pkt*)

Dany jest ciąg geometryczny, w którym $a_1 = 12$, $a_3 = 27$.

a) Ile jest ciągów spełniających podane warunki? Odpowiedź uzasadnij.

b) Oblicz wyraz a_6 tego ciągu, który jest rosnący. Wynik podaj w postaci ułamka dziesiętnego.

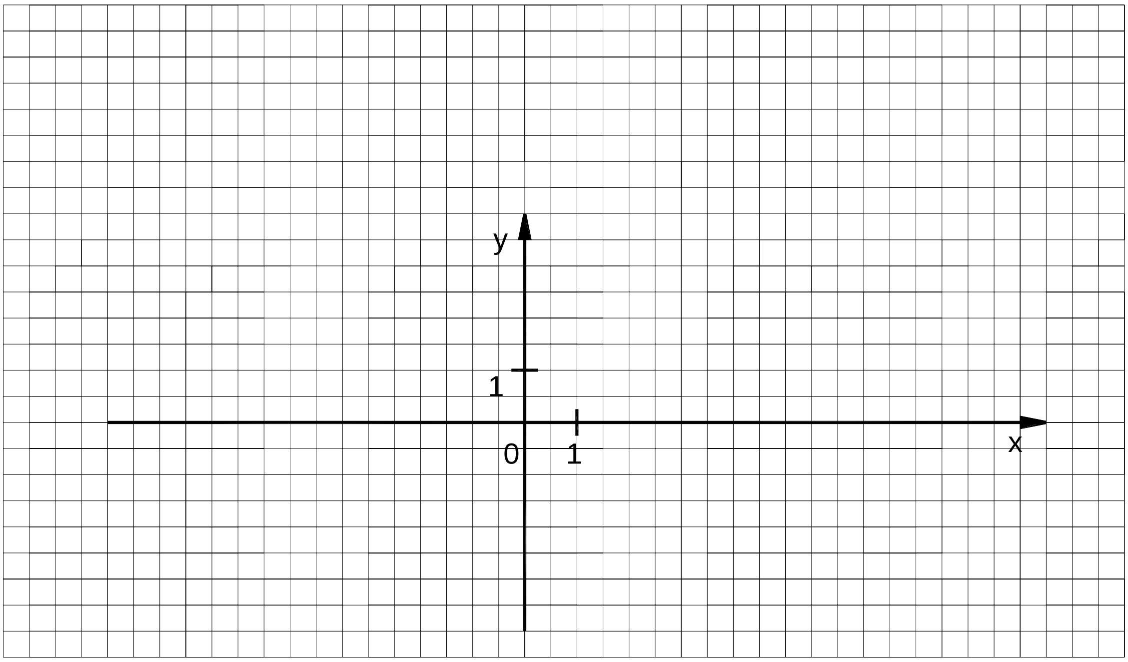
Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	3.1.	3.2.
	Maks. liczba pkt	**2**	**1**
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 4. (*3 pkt*)

Dany jest kąt α taki, że $0^\circ \le \alpha \le 360^\circ$, $\sin\alpha < 0$ oraz $4\,\mathrm{tg}\,\alpha = 3\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha$.

a) Oblicz $\mathrm{tg}\,\alpha$.

b) Zaznacz w układzie współrzędnych kąt α i podaj współrzędne dowolnego punktu, różnego od początku układu współrzędnych, który leży na końcowym ramieniu tego kąta.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	4.1.	4.2.	4.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 5. *(6 pkt)*

W układzie współrzędnych dane są dwa punkty: $A=(-2,2)$ i $B=(4,4)$.

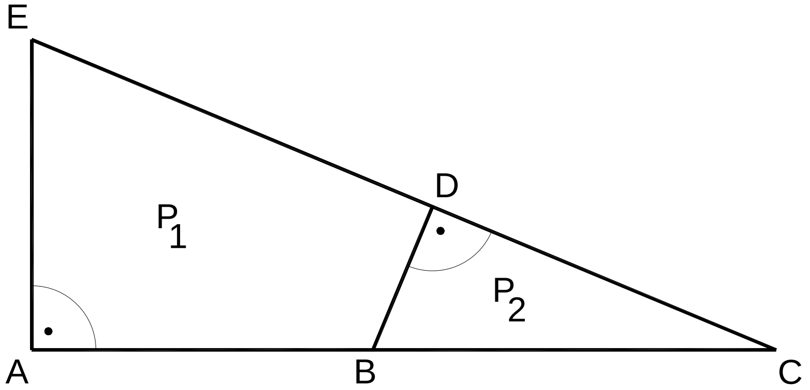
a) Wyznacz równanie symetralnej odcinka AB.

b) Prosta AB oraz prosta o równaniu $3x-2y-11=0$ przecinają się w punkcie C. Oblicz współrzędne punktu C.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	5.1.	5.2.	5.3.	5.4.	5.5.	5.6.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt						

Zadanie 6. (*7 pkt*)

Państwo Nowakowie przeznaczyli 26000 zł na zakup działki. Do jednej z ofert dołączono rysunek dwóch przylegających do siebie działek w skali 1:1000. Jeden metr kwadratowy gruntu w tej ofercie kosztuje 35 zł. Oblicz, czy przeznaczona przez państwa Nowaków kwota wystarczy na zakup działki P_2.



$|AE| = 5$ cm,

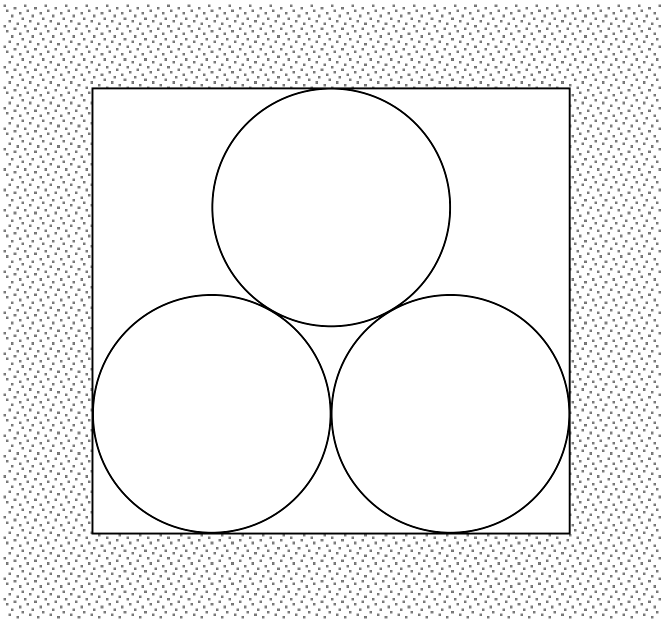
$|EC| = 13$ *cm,*

$|BC| = 6{,}5$ *cm.*

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	6.1.	6.2.	6.3.	6.4.	6.5.	6.6.	6.7.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt							

Zadanie 7. *(5 pkt)*

Szkic przedstawia kanał ciepłowniczy, którego przekrój poprzeczny jest prostokątem. Wewnątrz kanału znajduje się rurociąg składający się z trzech rur, każda o średnicy zewnętrznej 1 m. Oblicz wysokość i szerokość kanału ciepłowniczego. Wysokość zaokrąglij do 0,01 m.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	7.1.	7.2.	7.3.	7.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	2	1
	Uzyskana liczba pkt				

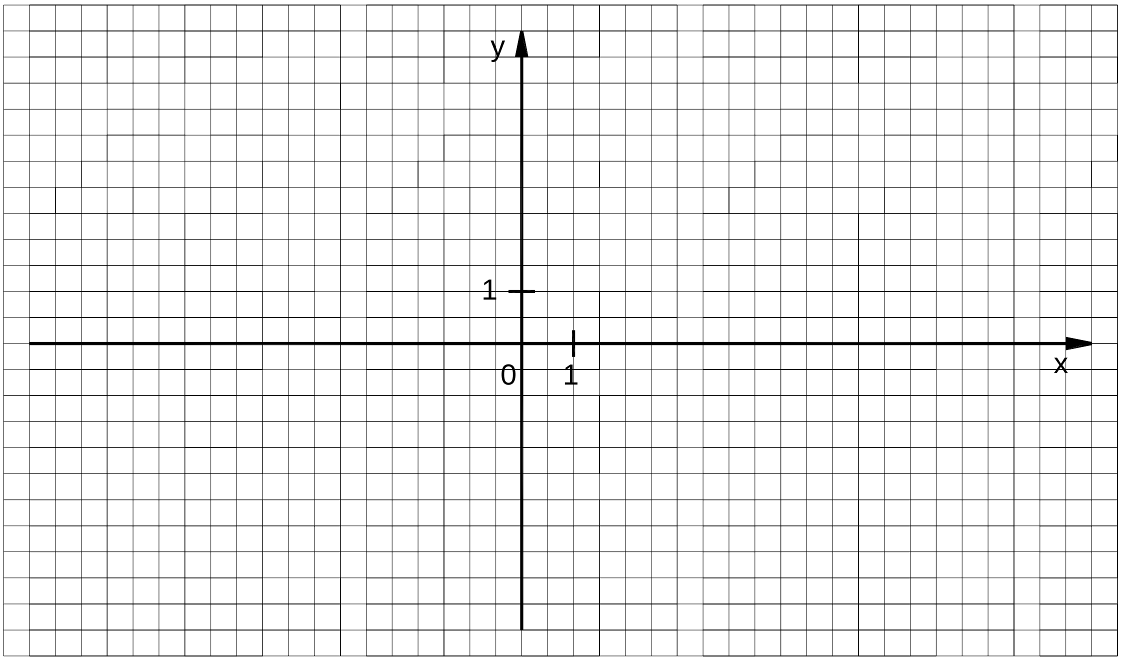
Zadanie 8. (*5 pkt*)

Dana jest funkcja $f(x) = -x^2 + 6x - 5$.

a) Naszkicuj fragment paraboli, która jest wykresem funkcji f i zaznacz na rysunku współrzędne jej wierzchołka oraz punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych.

b) Odczytaj z wykresu zbiór wartości funkcji *f*.

c) Rozwiąż nierówność $f(x) \geq 0$.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	8.1.	8.2.	8.3.	8.4.	8.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 9. (*6 pkt*)

Dany jest wielomian $W(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 30$.

a) Liczby 3 i –1 są pierwiastkami tego wielomianu. Wyznacz wartości współczynników a i b.

b) Pierwiastkami wielomianu $W(x)$ dla $a = 25$ i $b = -73$ są liczby 2 i –15. Oblicz trzeci pierwiastek tego wielomianu.

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator!</td><td>Nr czynności</td><td>9.1.</td><td>9.2.</td><td>9.3.</td><td>9.4.</td><td>9.5.</td><td>9.6.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 10. *(3 pkt)*

W wycieczce szkolnej bierze udział 16 uczniów, wśród których tylko czworo zna okolicę. Wychowawca chce wybrać w sposób losowy 3 osoby, które mają pójść do sklepu. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wśród wybranych trzech osób będą dokładnie dwie znające okolicę.

Wypełnia egzaminator!	**Nr czynności**	**10.1.**	**10.2.**	**10.3.**
	Maks. liczba pkt	**1**	**1**	**1**
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 11. (*6 pkt*)

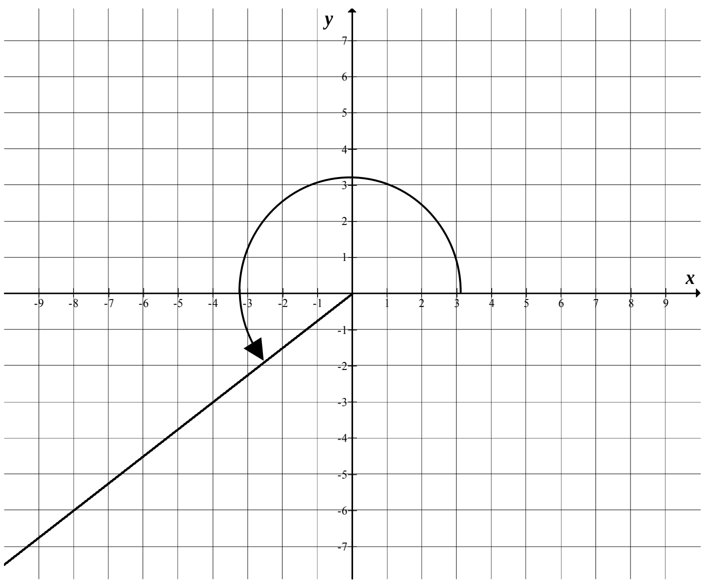
Dach wieży ma kształt powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, którego krawędź podstawy ma długość 4 m. Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60°.

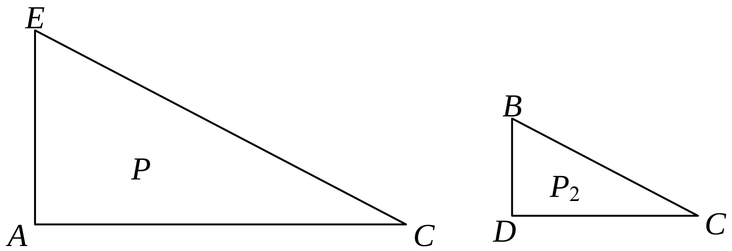
a) Sporządź pomocniczy rysunek i zaznacz na nim podane w zadaniu wielkości.
b) Oblicz, ile sztuk dachówek należy kupić, aby pokryć ten dach, wiedząc, że do pokrycia 1 m^2 potrzebne są 24 dachówki. Przy zakupie należy doliczyć 8% dachówek na zapas.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	11.1.	11.2.	11.3.	11.4.	11.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	2	1
	Uzyskana liczba pkt					

OCENIANIE
POZIOMU PODSTAWOWEGO

Przedstawione w tabeli rozwiązania zadań należy traktować jako przykładowe. Odpowiedzi zdającego mogą przybierać różną formę, ale muszą być poprawne merytorycznie i rachunkowo.

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania		Liczba punktów
1.	1.1	Obliczenie średniej arytmetycznej: $\overline{x} = 20$.	1
	1.2	Obliczenie wariancji: $\sigma^2 = \frac{19}{15}$.	1
	1.3	Obliczenie odchylenia standardowego: $\sigma = \sqrt{1,2(6)} \approx 1,125$.	1
2.	1.1	Przedstawienie na osi liczbowej zbioru *A*.	1
	1.2	Przedstawienie na osi liczbowej zbioru *B*.	1
	1.3	Przedstawienie na osi liczbowej zbioru $D \setminus C$.	1
3.	3.1	Wyznaczenie ilorazu ciągu geometrycznego: $q = \frac{3}{2}$ lub $q = -\frac{3}{2}$ i zapisanie odpowiedzi: Są dwa ciągi spełniające warunki zadania.	2
	3.2	Obliczenie a_6: $a_6 = 91,125$.	1
4.	4.1	Obliczenie tangensa: $\mathrm{tg}\alpha = \frac{3}{4}$.	1
	4.2	Zaznaczenie w układzie współrzędnych kąta α. 	1
	4.3	Podanie współrzędnych punktu, np. $(-4,-3)$ tak, aby końcowe ramię kąta przechodziło przez ten punkt.	1

	5.1	Wyznaczenie równania prostej przechodzącej przez punkty *A* i *B*: $y=\frac{1}{3}x+\frac{8}{3}$.	1
	5.2	Wyznaczenie współrzędnych środka odcinka *AB*: $(1,3)$.	1
	5.3	Wyznaczenie współczynnika kierunkowego symetralnej odcinka *AB*: $a=-3$.	1
5.	5.4	Zapisanie równania symetralnej: $y=-3x+6$.	1
	5.5	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} 3x-2y-11=0 \\ \frac{1}{3}x-y+\frac{8}{3}=0 \end{cases}$	1
	5.6	Wyznaczenie współrzędnych punktu *C*: $C=(7,5)$.	1
	6.1	 Wyznaczenie skali podobieństwa k z podobieństwa trójkątów *ACE* i *DCB*: $k=\frac{\lvert BC\rvert}{\lvert EC\rvert}=\frac{6,5}{13}=\frac{1}{2}$.	1
6.	6.2	Wyznaczenie zależności między polami trójkątów podobnych P i P_2: $P_2=\frac{1}{4}P$.	1
	6.3	Obliczenie długości odcinka *AC:* $\lvert AC\rvert=12\,\text{cm}$.	1
	6.4	Obliczenie pola działki P (na rysunku): P =30 cm^2.	1
	6.5	Obliczenie pola działki P w rzeczywistości : P =3000 m^2.	1
	6.6	Obliczenie pola działki P_2 : P_2=750 m^2.	1
	6.7	Obliczenie kosztu zakupu działki P_2 i podanie poprawnej odpowiedzi: Przeznaczona kwota nie wystarczy na zakup tej działki.	1

7.	7.1	Zauważenie, że środki okręgów są wierzchołkami trójkąta równobocznego o boku długości $a = 1\mathrm{m}$.	1
	7.2	Obliczenie wysokości trójkąta równobocznego: $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$.	1
	7.3	Obliczenie wymiarów kanału ciepłowniczego. Szerokość kanału $s = 2$ oraz wysokość $d = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$.	2
	7.4	Podanie wysokości z zadanym zaokrągleniem: $d \approx 1{,}87$ m.	1
8.	8.1	Wyznaczenie wierzchołka paraboli: $W = (3, 4)$.	1
	8.2	Narysowanie wykresu funkcji *f*.	1
	8.3	Podanie zbioru wartości funkcji: $\left(-\infty, 4\right\rangle$.	1
	8.4	Wyznaczenie miejsc zerowych funkcji: $x_1 = 1$, $x_2 = 5$.	1
	8.5	Podanie zbioru rozwiązań nierówności: $x \in \left\langle 1, 5 \right\rangle$.	1
9.	9.1	Zapisanie równania: $9a + 3b + 84 = 0$.	1
	9.2	Zapisanie równania: $a - b + 28 = 0$.	1
	9.3	Obliczenie współczynników *a, b*: $a = -14$, $b = 14$.	1
	9.4	Wykorzystanie faktu, że wielomian $W(x) = 2x^3 + 25x^2 - 73x + 30$ jest podzielny przez dwumian $(x + 15)$ i wykonanie dzielenia: $W_1(x) = (2x^3 + 25x^2 - 73x + 30) : (x + 15) = 2x^2 - 5x + 2$.	1
	9.5	Wykonanie dzielenia wielomianu $W_1(x)$ przez dwumian $(x - 2)$: $W_2(x) = (2x^2 - 5x + 2) : (x - 2) = 2x - 1$.	1
	9.6	Podanie odpowiedzi: $x_3 = \frac{1}{2}$.	1
10.	10.1	Określenie liczby sposobów wyboru trzech osób spośród szesnastu: $\binom{16}{3}$.	1
	10.2	Określenie liczby sposobów wyboru trzech osób, wśród których są dwie znające okolicę: $\binom{4}{2}\binom{12}{1}$.	1
	10.3	Obliczenie prawdopodobieństwa, że wśród trzech wybranych osób będą dwie znające okolicę: $\frac{9}{70}$.	1

11.	11.1	Sporządzenie rysunku i wprowadzenie oznaczeń.	1
	11.2	Wyznaczenie wysokości ściany bocznej: $h = 4\,\mathrm{m}$.	1
	11.3	Obliczenie pola powierzchni dachu: $P = 32\,\mathrm{m}^2$.	1
	11.4	Obliczenie liczby dachówek, które należy kupić. Liczba dachówek bez zapasu – 768. Liczba dachówek z zapasem – $108\% \cdot 768 = 829{,}44$.	2
	11.5	Podanie prawidłowej odpowiedzi: 830.	1

Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przedstawiona w schemacie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.

Miejsce
na naklejkę
z kodem szkoły

dysleksja

☐

EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 14 stron (zadania 1 – 12). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym przy każdym zadaniu.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla, linijki oraz kalkulatora.
8. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ◙ i zaznacz właściwe.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**

Wypełnia zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

Zadanie 1. *(3 pkt)*

Liczba $\left(-\frac{1}{5}\right)$ jest miejscem zerowym funkcji kwadratowej $f(x)=15x^2+bx+c$. Ciąg (15, *b*, *c*) jest arytmetyczny. Oblicz współczynniki *b* i *c*.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	1.1.	1.2.	1.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 2. (*4 pkt*)

Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{5n+6}{10(n+1)}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

a) Udowodnij, że ciąg (a_n) jest malejący.

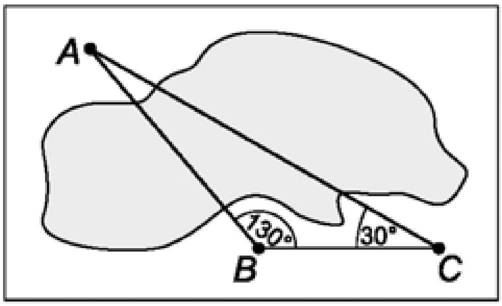
b) Oblicz $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

c) Podaj największą liczbę a i najmniejszą liczbę b takie, że dla każdego n spełniony jest warunek $a \leq a_n \leq b$.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 3. (*3 pkt)*

Obiekty A i B leżą po dwóch stronach jeziora. W terenie dokonano pomiarów odpowiednich kątów i ich wyniki przedstawiono na rysunku. Odległość między obiektami B i C jest równa 400 m. Oblicz odległość w linii prostej między obiektami A i B i podaj wynik, zaokrąglając go do jednego metra.



<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator!</td><td>Nr czynności</td><td>3.1.</td><td>3.2.</td><td>3.3.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 4. (3 *pkt)*

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2$.

a) Narysuj wykres funkcji f w przedziale $\langle -4,3)$.

b) Narysuj wykres funkcji $g(x)=\frac{|f(x)|}{f(x)}$, której dziedziną jest zbiór $(-5,-2)\cup(-2,2)\cup(2,5)$.

c) Zapisz zbiór rozwiązań nierówności $g(x)<0$.

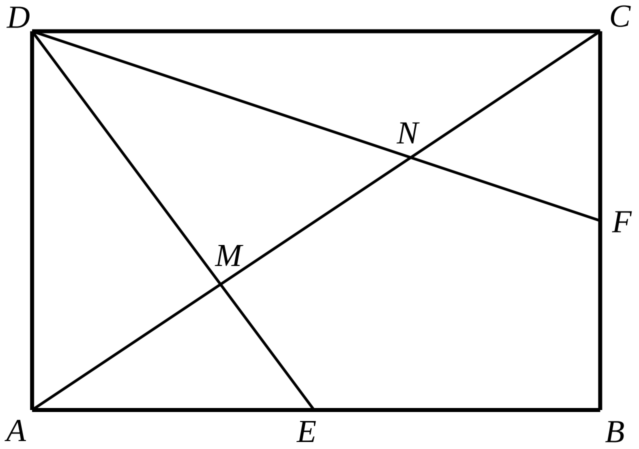
Wypełnia egzaminator!	**Nr czynności**	**4.1.**	**4.2.**	**4.3.**
	Maks. liczba pkt	**1**	**1**	**1**
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 5. (*4 pkt)*

W prostokącie $ABCD$ wierzchołek D połączono odcinkami ze środkami E i F boków AB i BC, zaś M i N to punkty przecięcia tych odcinków z przekątną AC (patrz rysunek).

a) Uzasadnij, że odcinki AM, MN i NC są jednakowej długości.

b) Uzasadnij, że trójkąty AEM i CNF mają równe pola.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	5.1.	5.2.	5.3.	5.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 6. *(4 pkt)*

Dane są punkty $A=(-4,32)$ i $B=(-36,16)$. Wykaż, że koło o średnicy AB jest zawarte w II ćwiartce prostokątnego układu współrzędnych.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	6.1.	6.2.	6.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	2
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 7. (*3 pkt*)

Dane są funkcje $f(x)=3^{x^2-5x}$ i $g(x)=\left(\frac{1}{9}\right)^{-2x^2-3x+2}$. Rozwiąż nierówność $f(x)>g(x)$.

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator!</td><td>Nr czynności</td><td>7.1.</td><td>7.2.</td><td>7.3.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 8. (*4 pkt*)

Wyznacz wszystkie wartości parametru *m*, dla których równanie
$\left(\sin^2 x - \cos^2 x\right)^2 + m^2 - 5 = 0$ z niewiadomą *x* ma rozwiązanie.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	8.1.	8.2.	8.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	2
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 9. *(4 pkt)*

Dany jest ciąg (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{120}{n+1}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Ze zbioru liczb $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{11}\}$ losujemy kolejno, trzy razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A – wylosujemy trzy liczby całkowite, które będą kolejnymi wyrazami ciągu malejącego.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	9.1.	9.2.	9.3.	9.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 10. (*6 pkt)*

Na okręgu o danym promieniu r opisano trapez równoramienny $ABCD$ o dłuższej podstawie AB i krótszej CD. Punkt styczności K dzieli ramię BC tak, że $\frac{|CK|}{|KB|} = \frac{2}{3}$.

a) Wyznacz długość ramienia tego trapezu.
b) Oblicz cosinus kąta CBD.

<table>
<tr><td rowspan="3">Wypełnia egzaminator!</td><td>Nr czynności</td><td>10.1.</td><td>10.2.</td><td>10.3.</td><td>10.4.</td><td>10.5.</td><td>10.6.</td></tr>
<tr><td>Maks. liczba pkt</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Uzyskana liczba pkt</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Zadanie 11. (*7 pkt*)

Wśród wszystkich graniastosłupów prawidłowych trójkątnych o objętości równej $2\ \mathrm{m}^3$ istnieje taki, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Wyznacz długości krawędzi tego graniastosłupa.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	11.1.	11.2.	11.3.	11.4.	11.5.	11.6.	11.7.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt							

Zadanie 12. (*5 pkt*)

Funkcja f ma następujące własności:

- jej dziedziną jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych,
- f jest funkcją nieparzystą,
- f jest funkcją ciągłą oraz:

$f'(x) < 0$ dla $x \in (-8, -3)$,

$f'(x) > 0$ dla $x \in (-3, -1)$,

$f'(x) < 0$ dla $x \in (-1, 0)$,

$f'(-3) = f'(-1) = 0$,

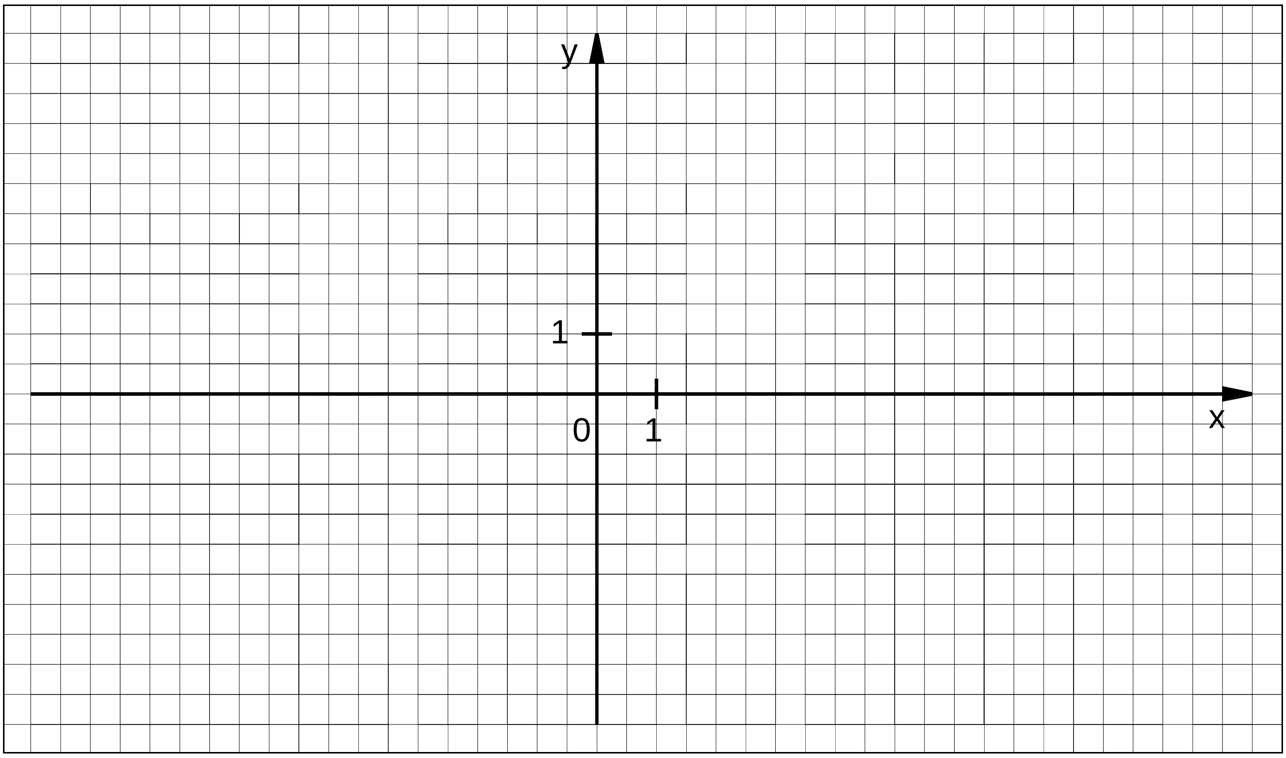
$f(-8) = 0$,

$f(-3) = -2$,

$f(-2) = 0$,

$f(-1) = 1$.

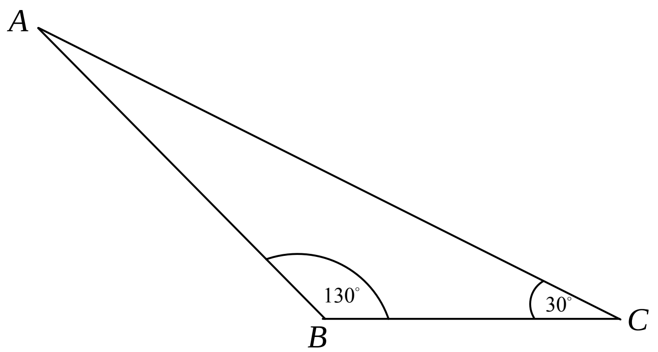
W prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie naszkicuj wykres funkcji f w przedziale $\langle -8, 8 \rangle$, wykorzystując podane powyżej informacje o jej własnościach.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	12.1.	12.2.	12.3.
	Maks. liczba pkt	1	2	2
	Uzyskana liczba pkt			

OCENIANIE
POZIOMU ROZSZERZONEGO

Przedstawione w tabeli rozwiązania zadań należy traktować jako przykładowe. Odpowiedzi zdającego mogą przybierać różną formę, ale muszą być poprawne merytorycznie i rachunkowo.

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania		Liczba punktów
1.	1.1	Zapisanie równania (wykorzystanie definicji miejsca zerowego funkcji): $0,6-0,2b+c=0$.	1
	1.2	Zapisanie zależności między wyrazami ciągu (15, *b*, *c*), np.: $b=\frac{15+c}{2}$.	1
	1.3	Wyznaczenie współczynników *b* i *c*: $b=8,\ c=1$.	1
2.	2.1	Wykazanie, że ciąg jest malejący, np. poprzez zbadanie znaku różnicy $a_{n+1}-a_n=\frac{-1}{10(n+1)(n+2)}$ dla $n\geq 1$.	1
	2.2	Obliczenie granicy ciągu (a_n): $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=\frac{1}{2}$.	1
	2.3	Podanie wartości liczby *a*: $a=\frac{1}{2}$.	1
	2.4	Obliczenie i zapisanie wartości liczby *b*: $b=\frac{11}{20}$.	1
3.	3.1	 Zastosowanie twierdzenia sinusów do wyznaczenia szukanej odległości: np. $\frac{400}{\sin 20^\circ}=\frac{\lvert AB\rvert}{\sin 30^\circ}$.	1
	3.2	Obliczenie odległości obiektu *A* od obiektu *B*: $\lvert AB\rvert=\frac{200}{\sin 20^\circ}$.	1
	3.3	Podanie odpowiedzi: 585 metrów.	1

4.	4.1	Narysowanie wykresu funkcji $f(x)=0,5x^2-2$ w przedziale $\langle -4,3)$.	1
	4.2	Narysowanie wykresu funkcji $g(x)=\dfrac{\lvert f(x)\rvert}{f(x)}$ w podanej dziedzinie.	1
	4.3	Zapisanie zbioru rozwiązań nierówności: $x \in (-2,2)$.	1
5.	5.1	Wyznaczenie skali podobieństwa par trójkątów podobnych: $\Delta CNF \sim \Delta AND$ i $\Delta AEM \sim \Delta MDC$: $k=\frac{1}{2}$.	1
	5.2	Sformułowanie wniosku dotyczącego długości odcinków AM, MN, NC.	1
	5.3	Wyznaczenie długości odcinków, które są potrzebne do obliczenia pól trójkątów *AEM* i *CNF*.	1
	5.4	Wykazanie równości pól trójkątów.	1
6.	6.1	Wyznaczenie współrzędnych środka koła: $S=(-20,24)$.	1
	6.2	Wyznaczenie długości promienia koła: $r=8\sqrt{5}$.	1
	6.3	Uzasadnienie odpowiedzi.	2
7.	7.1	Zapisanie nierówności w postaci, np. $3^{x^2-5x}>3^{4x^2+6x-4}$.	1
	7.2	Wykorzystanie monotoniczności funkcji wykładniczej i zapisanie rozwiązywanej nierówności w postaci: $-3x^2-11x+4>0$.	1
	7.3	Podanie zbioru rozwiązań nierówności: $x \in \left(-4,\frac{1}{3}\right)$.	1
8.	8.1	Zastosowanie wzoru na cosinus podwojonego kąta: $\left(-\cos 2x\right)^2=5-m^2$.	1
	8.2	Zapisanie układu nierówności kwadratowych: $0\le 5-m^2\le 1$.	1
	8.3	Rozwiązanie układu nierówności: $m\in\left\langle -\sqrt{5},-2\right\rangle \cup \left\langle 2,\sqrt{5}\right\rangle$.	2
9.	9.1	Zapisanie jedenastu początkowych wyrazów ciągu: $\left\{60,\ 40,\ 30,\ 24,\ 20,\ 17\frac{1}{7},\ 15,\ 13\frac{1}{3},\ 12,\ 10\frac{10}{11},10\right\}$.	1
	9.2	Obliczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych: $11^3=1331$.	1
	9.3	Obliczenie liczby zdarzeń sprzyjających: $\binom{8}{3}=56$.	1
	9.4	Obliczenie prawdopodobieństwa: $\frac{56}{1331}$.	1

10.	10.1	Wykorzystanie własności czworokąta opisanego na okręgu i stosunku podziału ramienia BC przez punkt styczności K do wprowadzenia oznaczeń np. długość ramienia trapezu $\lvert BC\rvert = 2x+3x$, długości podstaw $\lvert AB\rvert = 6x$, $\lvert CD\rvert = 4x$.	1
	10.2	Wykorzystanie twierdzenia Pitagorasa i wyznaczenie x: $x = \frac{\sqrt{6}}{6}r$.	1
	10.3	Wyznaczenie długości ramienia: $\lvert BC\rvert = \frac{5\sqrt{6}}{6}r$.	1
	10.4	Wyznaczenie długości przekątnej trapezu: $\lvert BD\rvert = \frac{7\sqrt{6}}{6}r$.	1
	10.5	Zastosowanie twierdzenia cosinusów w trójkącie BCD: $\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}r\right)^2 = \left(\frac{5\sqrt{6}}{6}r\right)^2 + \left(\frac{7\sqrt{6}}{6}r\right)^2 - 2\cdot\frac{5\sqrt{6}}{6}r\cdot\left(\frac{7\sqrt{6}}{6}r\right)\cdot\cos\sphericalangle CBD$.	1
	10.6	Wykonanie obliczeń i podanie odpowiedzi: $\cos\sphericalangle CBD = \frac{29}{35}$.	1
11.	11.1	Analiza zadania, np. szkic graniastosłupa lub wprowadzenie oznaczeń: a – krawędź podstawy, h – wysokość graniastosłupa. Zapisanie wzorów na objętość i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa zgodnie z przyjętymi oznaczeniami: $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}h$, $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 3ah$.	1
	11.2	Wyznaczenie jednego z wymiarów graniastosłupa jako funkcji drugiego, np. $h = \frac{8\sqrt{3}}{3a^2}$.	1
	11.3	Zapisanie pola jako funkcji jednej zmiennej: $P(a) = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(a^2 + \frac{16}{a}\right)$, $a \in (0,\infty)$.	1
	11.4	Obliczenie pochodnej funkcji: $P'(a) = \sqrt{3}\cdot\frac{a^3-8}{a^2}$, $a \in (0,\infty)$.	1
	11.5	Obliczenie miejsca zerowego pochodnej: $a = 2$.	1
	11.6	Uzasadnienie, że dla $a = 2$ pole powierzchni graniastosłupa jest najmniejsze.	1
	11.7	Podanie wymiarów graniastosłupa, dla których jego powierzchnia jest najmniejsza: $a = 2$, $h = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.	1
12.	12.1	Zaznaczenie 4 punktów: $(-8,0)$, $(-3,-2)$, $(-2,0)$ i $(-1,1)$ w układzie współrzędnych.	1
	12.2	Sporządzenie szkicu wykresu funkcji f w przedziale $\langle -8,0)$ z uwzględnieniem monotoniczności, ciągłości i różniczkowalności.	2
	12.3	Wykorzystanie nieparzystości funkcji do sporządzenia pozostałej części jej wykresu w przedziale $\langle 0,8\rangle$.	2

Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przedstawiona w schemacie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.